

# الوحدة الأولى

الإعداد والعمليات عليها

البنود

١-١ الى ١-٤



# حل أسئلة (كتاب الطالب)

ص ١٣

مثال (١)

حدد أيًا من الأعداد التالية عددًا نسبيًا وأيها عددًا غير نسبي.

- أ -  $\frac{18}{5}$        ب -  $\sqrt{41}$   
 ج -  $0,333\dots$        د -  $1,010010001\dots$

الحل:

- أ -  $\frac{18}{5}$  هو عدد نسبي - عدد حقيقي.  
 ب -  $\sqrt{41}$  هو عدد غير نسبي - عدد حقيقي.  
 ج -  $0,333\dots = \frac{1}{3} = 0,3\bar{3} = 0,333\dots$  هو عدد نسبي - عدد حقيقي.  
 د -  $1,010010001\dots$  هو عدد غير نسبي - عدد حقيقي.

عدد نسبي - حقيقي  
 عدد نسبي - حقيقي  
 عدد نسبي - حقيقي

ص ١٣

حاول أن تحل

- ١) حدد أيًا من الأعداد التالية عددًا نسبيًا وأيها عددًا غير نسبي:  $\frac{4}{3}, 1, 4, \pi \times 0,5$ .

لتكن  $a, b, c$  أعداد حقيقية.

الخاصية	القاعدة	ملاحظة
التعدي	إذا كان $a \geq b$ ، $b \geq c$ فإن $a \geq c$	
الجمع	إذا كان $a \geq b$ ، فإن $a + c \geq b + c$	
الطرح	إذا كان $a \geq b$ ، فإن $a - c \geq b - c$	
الضرب	إذا كان $a \geq b$ ، $c > 0$ ، فإن $ac \geq bc$ إذا كان $a \geq b$ ، $c < 0$ ، فإن $ac \leq bc$	لاحظ أن علاقة الترتيب تنعكس عندما يكون العدد $c$ سالبًا.
القسمة	إذا كان $a \geq b$ ، $c > 0$ ، فإن $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ إذا كان $a \geq b$ ، $c < 0$ ، فإن $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$	لاحظ أن علاقة الترتيب تنعكس عندما يكون العدد $c$ سالبًا.

## Density Property

## ٤ - خاصية الكثافة

يتسع وعاء لعدد محدد من الحجارة (تبقى فراغات كبيرة). كما أنه يتسع لعدد أكبر من الحصى الصغيرة (تقل الفراغات) ويمكن ملؤه كذلك بعدد أكبر بكثير من الرمل (تصبح الفراغات نادرة).

وماذا إذا ملئ الوعاء بأجسام أصغر حجمًا من الرمل؟

كلما صغر حجم الأجسام المستخدمة لملء الوعاء زادت الكثافة.

يمكن تشبيه سعة الوعاء بطول فترة على خط الأعداد.

يوجد بين أي نقطتين مختلفتين على خط الأعداد عدد لا نهائي من النقاط، وبالتالي بين أي عددين حقيقيين مختلفين يوجد عدد لا نهائي من الأعداد الحقيقية.

## معلومة مفيدة:

تعتمد كثافة الجسم على شدة تراص جزيئات المادة فيه.

## مثال (٢)

أعط خمسة أعداد حقيقية بين  $3,14$  ،  $3,15$ .

الحل: تعلم أن  $3,14 = 3,140$  ،  $3,15 = 3,150$

∴ الأعداد الحقيقية مثل:  $3,141$  ،  $3,142$  ،  $3,1456$  ،  $3,14448$  ،  $\pi$

## حاول أن تحل

(٢) أعط ستة أعداد حقيقية بين  $1,414$  ،  $1,415$ .  
الحل:  $1,4141$  ،  $1,4142$  ،  $1,4143$  ،  $1,4144$  ،  $1,4145$  ،  $1,4146$

## Intervals

## ٥ - الفترات

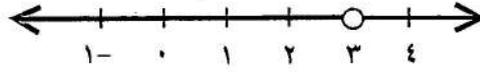
الفترة مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية.

لاحظ أن ليس كل مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية تمثل فترة. لماذا؟

يمكن استخدام المتباينات للتعبير عن الفترات في مجموعة الأعداد الحقيقية، وكذلك يمكن تمثيل الفترات على خط الأعداد

مثلاً: يعتبر عن الفترة:  $(-\infty, 3)$  بالمتباينة،  $x > 3$ .

وهي مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٣، وتمثل بيانياً كما يلي:



سوف نميز بين نوعين من الفترات: الفترات المحدودة والفترات غير المحدودة.

## أولاً: الفترات المحدودة

الجدول التالي يوضح أنواع الفترات المحدودة: لتكن  $a$ ،  $b$  أعداداً حقيقية.

التمثيل البياني	رمز المتباينة	نوع الفترة	رمز الفترة
	$a \leq x \leq b$	مغلقة	$[a, b]$
	$a < x < b$	مفتوحة	$(a, b)$
	$a \leq x < b$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	$[a, b)$
	$a < x \leq b$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	$(a, b]$

الأعداد  $a$ ،  $b$  هما نقطتا الحدود لكل فترة حيث  $a$  الحد الأدنى للفترة،  $b$  الحد الأعلى للفترة.

## ثانياً: الفترات غير المحدودة صلا

الجدول التالي يوضح بعض الفترات غير المحدودة: ليكن  $a, b \in \mathbb{R}$ .

التمثيل البياني	رمز المتباينة	نوع الفترة	رمز الفترة
	$s \geq a$	نصف مغلقة وغير محدودة من الأعلى	$[a, \infty)$
	$s > a$	مفتوحة وغير محدودة	$(a, \infty)$
	$s \leq b$	نصف مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	$(-\infty, b]$
	$s < b$	مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	$(-\infty, b)$

### مثال (٣)

اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية:

٥  $(-\infty, 4]$

٦  $(2, \infty-)$

٧  $[5, 4]$

٨  $(-3, 1-)$

الحل:



رمز المتباينة

$3 \geq s > 1-$

$5 \geq s \geq 4$

$2 > s$

$4 \leq s$

نوع الفترة

١ فترة نصف مفتوحة (أو نصف مغلقة)

٢ فترة مغلقة

٣ فترة مفتوحة وغير محدودة من أسفل

٤ فترة نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى

### حاول أن تحل

٣ اكتب نوع الفترة ورمز المتباينة والتمثيل البياني لكل من الفترات التالية:

١  $(3, \infty-)$

٢  $(1, 2-)$

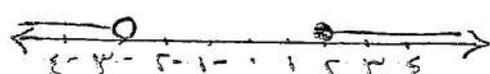
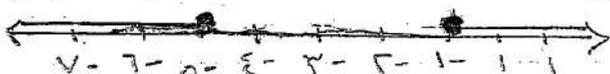
التمثيل البياني	رمز المتباينة	نوع الفترة	رمز الفترة
	$1 > s > 2-$	مفتوحة	$(1, 2-)$
	$2 \geq s$	نصف مفتوحة	$[2, \infty)$

٤ مثل كلاً مما يلي على خط الأعداد:

١٠

١  $[5, \infty-) \cup (\infty, 1-]$

٢  $(3-, \infty-) \cup (\infty, 2]$





بعض الجذور التربيعية هي أعداد نسبية، وبعضها الآخر أعداد غير نسبية.

$$\frac{9}{10} \pm = \frac{81}{100} \sqrt{\pm 1, 1} = 1, 21 \sqrt{-}, 11 = 121 \sqrt{-}$$

فمثلاً من الجذور النسبية:  $11 = 121 \sqrt{-}$ ،  $1 = 1 \sqrt{-}$ ،  $1 = 1 \sqrt{-}$ ،  $1 = 1 \sqrt{-}$

من الجذور غير النسبية:  $0, 6547 \approx \frac{3}{7} \sqrt{-}$ ،  $2, 236 \approx 5 \sqrt{-}$

## مثال (٢)

حدّد ما إذا كان كل عدد مما يلي عددًا نسبيًا أو غير نسبي.

أ  $8 = 64 \sqrt{-}$  عدد نسبي

ب باستخدام الآلة الحاسبة  $4, 9 \sqrt{-} \approx 2, 2135943 \dots$  عدد غير نسبي

ج باستخدام الآلة الحاسبة  $0, 377964473 \approx \frac{1}{7} \sqrt{-}$  عدد غير نسبي

## حاول أن تحلّ

٧ حدّد ما إن كان كل عدد مما يلي عددًا نسبيًا أو غير نسبي.

أ  $3, 6050 \approx 13 \sqrt{-}$  غير نسبي

ب  $25 = 625 \sqrt{-}$  نسبي

ج  $21, 628 \approx 100 \sqrt{-}$  غير نسبي

د  $360128 \approx \frac{2}{10} \sqrt{-}$  غير نسبي

## مصطلح رياضي:

في الصيغة العشرية:

العدد النسبي هو عدد

متته أو متكرر (دوري).

العدد غير النسبي هو عدد

غير متته دون تكرار.

## Estimating Square Roots

## ١ - تقدير الجذور التربيعية

مربعات الأعداد الطبيعية تسمى مربعات كاملة Perfect Squares.

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	العدد الطبيعي
١٤٤	١٢١	١٠٠	٨١	٦٤	٤٩	٣٦	٢٥	١٦	٩	٤	١	المربع الكامل

يمكن استخدام المربعات الكاملة لتقدير قيمة بعض الجذور التربيعية دون استخدام الآلة الحاسبة.

## مثال (٣)

## معلومة رياضية:

لأي أعداد موجبة وجذورها التربيعية الموجبة الترتيب نفسه.

حدّد بين أي عددين طبيعيين (كليين) متتاليين يوجد  $\sqrt{15, 41}$ ، ثم قدّر قيمته.

الحل:

١٥, ٤١ هو بين المربعين الكاملين المتتاليين ١٦, ٩.

$$16 > 15, 41 > 9$$

باستخراج الجذر التربيعي لكل عدد

$$\sqrt{16} > \sqrt{15, 41} > \sqrt{9}$$

تبسيط

$$4 > \sqrt{15, 41} > 3$$

وحيث إن العدد ١٥, ٤١ أقرب إلى ١٦ فإن  $\sqrt{15, 41}$  يكون قريباً من ٤ وهو

إذاً  $\sqrt{15, 41}$  هو بين ٣, ٤.

يساوي تقريباً ٣, ٨ أو ٣, ٩.

## حاول أن تحل

٣ حدّد بين أي عددين صحيحين يوجد العدد  $\sqrt{30, 87}$ ، ثم قدّر قيمته. بين -٦ - ٥ يساوي تقريباً ٥.

يمكن إيجاد قيمة تقريبية للجذور التربيعية باستخدام الآلة الحاسبة:

## مثال (٤)

حدّد بين أي عددين كليين متتاليين يقع  $\sqrt{28, 63}$ ، ثم أوجد قيمته لأقرب جزء من عشرة مستخدماً الآلة الحاسبة.

الحل:

٢٨, ٦٣ هو بين المربعين الكاملين المتتاليين ٣٦, ٢٥.

$$36 > 28, 63 > 25$$

باستخراج الجذر التربيعي لكل عدد

$$\sqrt{36} > \sqrt{28, 63} > \sqrt{25}$$

تبسيط

$$6 > \sqrt{28, 63} > 5$$

إذاً  $\sqrt{28, 63}$  هو بين ٥, ٦.

باستخدام الآلة الحاسبة: :  $\sqrt{28.63} = 5.350700889$

أي أن  $\sqrt{28, 63}$  يساوي تقريباً ٥, ٤.

## حاول أن تحل

٤ حدّد بين أي عددين كليين متتاليين يقع  $\sqrt{13, 77}$ ، ثم أوجد قيمته لأقرب جزء من عشرة مستخدماً الآلة الحاسبة.

بين ٣ - ٤ يساوي تقريباً ٤.

## مثال (٥) تطبيقات حياتية

يساعد تقدير الجذور التربيعية على إيجاد طول وتر مثلث قائم الزاوية. أوجد طول وتر مثلث، طول اضلعي زاويته القائمة هما ٥ سم، ٧ سم.

الحل:

$$٧٤ = ٤٩ + ٢٥ = ٢٧ + ٢٥ \quad \text{نظرية فيثاغورث}$$

٧٤ يقع بين المربعين الكاملين المتاليين ٦٤، ٨١.

∴ طول وتر المثلث هو بين ٨، ٩ سم.

باستخدام الآلة الحاسبة  $\sqrt{٢٧ + ٢٥} \approx ٦.٠٢٣$ ، ٨،

طول وتر المثلث  $\approx ٦$ ، ٨ سم.

حاول أن تحل

تذكر:

في المثلث قائم الزاوية،  
مربع الوتر = مجموع  
مربعي طولَي اضلعي  
الزاوية القائمة.

٥) أوجد طول وتر مثلث قائم الزاوية، طول اضلعي زاويته القائمة هما ٩ سم، ١٣ سم.

$$١٦٩ = ٨١ + ٨٠ = ١٣٢ + ٣٧$$

١٦٩ يقع بين المربعين الكاملين  $\sqrt{١٦٩} \approx ١٣$ ، ١٤

العشريين ١٣، ١٤. باستخدام الآلة الحاسبة  $\sqrt{١٦٩} \approx ١٣.٠٠٤$ ، ١٤،

مثال (٦)

يسقط جسم من ارتفاع ٩ أمتار. تبين المعادلة  $٩ = ٤٠٠ \cdot t^2$  العلاقة بين الارتفاع ع بالأمتار والزمن ن بالثواني المستغرق للوصول إلى سطح الأرض. ما الزمن اللازم ليصل إلى الأرض؟

الحل:

$$٩ = ٤٠٠ \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{٩}{٤٠٠}$$

$$t = \sqrt{\frac{٩}{٤٠٠}}$$

$$\text{أو } t = \sqrt{\frac{٩}{٤٠٠}} \quad \text{مرفوضة}$$

باستخدام الآلة الحاسبة

$t \approx ١.٥$  ثانية

أي يلزم حوالي ثانية ونصف ليصل الجسم إلى الأرض.

حاول أن تحل

٦) من مثال (٦)، ما الزمن اللازم للوصول لجسم إلى الأرض إذا سقط عن ارتفاع ١٤ مترًا؟

$$١٤ = ٤٠٠ \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{١٤}{٤٠٠}$$

$$t = \sqrt{\frac{١٤}{٤٠٠}}$$

$$\text{أو } t = \sqrt{\frac{١٤}{٤٠٠}} \quad \text{مرفوضة}$$

$$t = \sqrt{\frac{١٤}{٤٠٠}}$$

$$t \approx ١.٨٧$$

$$t \approx ١.٨٧$$

$$t \approx ١.٨٧$$

## حل المتباينات

ص ٤٤

الخطوة ٢: تحقق من صحة علاقة الترتيب بالتعويض في المتباينة.

س - ٧ &gt; ٢ -

عوض بعدد أصغر من ٥ عن س

٢ - ٧ &gt; ٢ -

✓ ٢ - ٣ -

كل من الخطوتين ١، ٢ تتحقق، لذلك س &gt; ٥ هو حل المتباينة س - ٧ &gt; ٢ -

## حاول أن تحل

١ أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد لكل مما يلي:

٢)  $١٢ \geq س - ٥$

١)  $١ \leq ٤ - س$

## تذكر:

الدائرة المفتوحة على تمثيل بياني، تعني أن العدد ليس متضمنًا في الحل.

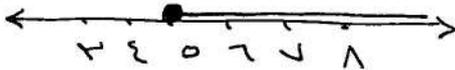
الدائرة المغلقة على تمثيل بياني، تعني أن العدد متضمن في الحل.

ص ٤٤ حاول أن تحل

١)  $١ \leq ٤ - س$

س - ٤ + ١ ≤ ٤ + ٢ -

س ≤ ٥

مجموعة الحل  $[-٥, \infty)$ 

٢)  $١٢ \geq س - ٥$

٥ + ٥ - س ≥ ٥ + ١٢

س ≥ ١٧

مجموعة الحل  $[١٧, \infty)$ 

## حاول أن تحل

٢) تتسع القاعة الرئيسة في إحدى المدارس لـ ٣٠٠ مقعد. في عرض لإحدى المسرحيات كان عدد الحضور من الفصل

العاشر ٨٩ طالبًا، فكم عدد الطلاب الذين يمكن حضورهم من بقية فصول المدرسة؟

عدد الطلاب من باقي الصفوف س

استخدام خاصية المعكوس الضربي في حل المتباينات.  $٨٩ - ٣٠٠ \geq ٨٩ - س + ٨٩$ 

$٢١١ \geq س =$

عندما تضرب طرفي متباينة في عدد سالب أو تقسم طرفي متباينة على عدد سالب، اعكس علاقة الترتيب.

## مثال (٣)

أوجد مجموعة حل المتباينة  $\frac{س}{٢-} > ١$ ، ومثل الحلول بيانياً على خط الأعداد.

الحل:  $\frac{س}{٢-} > ١$

اضرب كلا من الطرفين في المعكوس الضربي (٢-) واعكس علاقة الترتيب

بسط



٢- < س

مثل بيانياً

مجموعة الحل =  $(-٢, \infty)$

## معلومة مفيدة:

إذا كان  $١ > ب$ ، ج < ٠، فإن

$١ > ب > ج$ ،  $\frac{١}{ب} > \frac{١}{ج}$

إذا كان  $١ > ب$ ، ج > ٠، فإن

$١ > ب > ج$ ،  $\frac{١}{ب} < \frac{١}{ج}$

## حاول أن تحل

٣ أوجد مجموعة حل المتباينة  $\frac{ب}{٤} \leq ١$ ، ومثل الحلول بيانياً على خط الأعداد.

٤  $\frac{ب}{٤} \leq ١$  مجموعة الحل  $ب \leq ٤$

## مثال (٤)

عمل تجاري: تعلن شركة لتوصيل خدمات الإنترنت عن الفرصة التالية الموضحة. هدف الشركة هو تحقيق مبلغ إضافي على الأقل ٤ ٥٠٠ دينار شهرياً. كم مشتركاً جديداً يلزم أن تجتذبهم الشركة؟

الحل:

الألفاظ: عدد المشتركين الجدد مضروباً بـ ٥ دنانير يكون على الأقل ٤ ٥٠٠ دينار.

ليكن ن = عدد المشتركين الجدد

المتباينة  $٤ ٥٠٠ \leq ٥ \times ن$

$٤ ٥٠٠ \leq ٥ ن$

اقسم طرفي المتباينة على ٥  $\frac{٤ ٥٠٠}{٥} \leq \frac{٥ ن}{٥}$

بسطة  $٩٠٠ \leq ن$

يلزم أن تجتذب ٩٠٠ مشترك جديد على الأقل.

التحقق من معقولة الإجابة: الإجابة معقولة لأن  $٩٠٠ \times ٥$  هو ٤ ٥٠٠، وأي عدد أكبر من ٩٠٠ مضروباً بـ ٥ ينتج عدداً أكبر من ٤ ٥٠٠.

## حاول أن تحل

٤ الحد الأقصى لحمولة مصعد في فندق ١ ٠٠٠ كجم. افرض أن متوسط وزن النزيل ٨٠ كجم، فكم نزياً يمكن للمصعد أن يحملهم بأمان؟

$\frac{١٠٠٠}{٨٠} \geq س$   $١٢١٥ \geq س$   $\frac{١٠٠٠}{٨٠} \geq س$

حل  
حاول انه تحل

(5)

(P)

$$c \geq 5 + (2 + 5) \geq 12$$

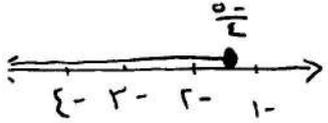
$$c \geq 5 + 12 + 5 \geq 22$$

$$c \geq 12 + 5 \geq 17$$

$$12 - c \geq 12 - 12 + 5 \geq 5$$

$$\frac{1}{c} \geq \frac{1}{5}$$

$$c \geq \frac{5}{2} \quad \text{مجموعة الحل } (-\infty, \frac{5}{2}]$$



(1)

$$2 > 5 - 1 \geq 1$$

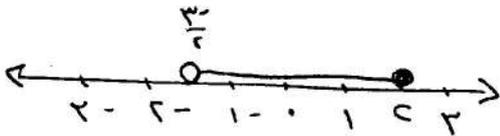
$$2 > 5 - 1 - 1 \geq -1$$

$$2 > 5 - 2 \geq 3$$

$$\frac{2}{c} > \frac{1}{c} \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{c} > \frac{1}{c} \geq c$$

$$\text{مجموعة الحل } [c, \frac{2}{c})$$



حاول أن تحل

(٦) في مثال (٦) هل يصبح عرض الشركة لنافعاً أفضل إذا لم تقبض أموالاً كلفة سيد البضاعة

$$4s^3 \geq 20 + 3s$$

$$s \geq 20$$

لأنه إذا لم تقبض أموالاً كلفة سيد البضاعة أفضل عرض

$$c(7) \quad c(8-s) < c + 4s$$

$$c + 4s < 16 - 4s + c$$

$$4s - 4s < 16 - 4s - c + c$$

$$0 < 16 - 4s$$

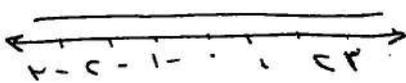
$$s < 4$$

$$(8) \quad c(2) \quad c < 7 + 2s$$

$$c < 7 + 2s$$

$$c - 7 < 2s$$

$$c < 7 + 2s$$



مجموعة الحل

$$c > 7 + 2s$$

$$c > 7 + 2s$$

$$c > 7 + 2s$$

ليس لها حل في ح

$$(9) \quad c < 7 + 2s$$

$$c < 7 + 2s$$

$$c < 7 + 2s$$

مجموعة الحل